http://pmse.scu.edu.cn

基于大变形疲劳理论的橡胶材料及制品疲劳寿命预测方法

刘 超[1,2]，罗传富[1,2]

(1. 中国科学院长春应用化学研究所 高分子物理与化学国家重点实验室，吉林 长春 130022；
2. 中国科学技术大学 应用化学与工程学院，安徽 合肥 230026)

摘要：基于橡胶大变形疲劳理论提出了一套橡胶材料及其制品的疲劳寿命预测方法。该方法主要包括橡胶超弹性本构模型拟合以及有限元分析和疲劳仿真联合模拟2个步骤。由橡胶材料单轴拉伸疲劳实验数据使用最小二乘法拟合得到Mooney-Rivilin本构模型材料参数。文中开发了具有自主知识产权的CIAC-SAFE疲劳仿真软件，并根据材料参数联合开源有限元模拟软件模拟的方法预测了哑铃型橡胶薄片单轴拉伸工况下的疲劳寿命，通过与实验结果比较验证了联合模拟方法的准确性。通过静态模拟数据来等效计算稳态滚动工况载荷历程，应用大变形疲劳理论方法预测V型带式模型以及橡胶轮胎模型稳态滚动工况下的疲劳寿命，根据预测结果对橡胶带式无极变速器(CVT)及橡胶轮胎的结构设计提出了优化建议，这表明该方法可以用于橡胶产品的设计前期，为产品开发节约时间和成本，也为深入理解橡胶材料疲劳及失效提供理论参考。

关键词：有限元分析；疲劳仿真；大变形疲劳理论；本构模型
中图分类号：TQ330.1 **文献标识码**：A **文章编号**：1000-7555(2024)07-0103-09

橡胶制品常在周期性交变应力下使用，其疲劳性能直接影响使用成本和设备安全性，橡胶材料的耐疲劳性能决定了橡胶制品的疲劳寿命[1]。经过炭黑等纳米填料增强的填充天然橡胶具有高弹性、大变形等特点[2]，常用于施加交变载荷的复杂工况下，疲劳破坏是其主要的失效形式[3]。当前研究橡胶材料疲劳特性的方法主要有裂纹成核法和裂纹扩展法[4]。

疲劳裂纹扩展法(Crack growth approach)基于断裂力学理论[5]，根据裂纹的几何形状和能量释放率历程，由材料裂纹扩展特性得到裂纹扩展速率(Crack growth rate)，通过对裂纹扩展速率积分得到材料的疲劳寿命。该方法最先由Rivlin和Thomas等[6,7]应用于橡胶材料，并提出了撕裂能(T，Tearing energy)的概念，发现裂纹扩展速率可以由单位面积撕裂能唯一确定。Lake和Lindley[8]完成了某填充橡胶的疲劳裂纹扩展实验，根据实验数据将橡胶材料裂纹扩展速率与撕裂能之间的数值关系划分出4个不同阶段。Mars对橡胶材料疲劳裂纹扩展法做出了比较完整的阐述[9]，并给出了多轴载荷下撕裂能的计算公式。Asare等[10]基于W_c及疲劳裂纹扩展特性成功预测了橡胶构件的疲劳寿命。Busfield等[11]基于裂纹扩展理论研究了变速箱悬置的疲劳寿命，并得到与实验值接近的疲劳寿命预测值。上官文斌、王小莉等[12]对具有单切口的撕裂橡胶试件在变幅载荷作用下进行了裂纹扩展试验，建立了裂纹扩展计算模型。丁智平等[13]基于疲劳裂纹扩展法，求解开裂能密度，研究了橡胶元件疲劳寿命预测方法。李相欣等[14]提出了一种结合开裂能理论和优化理论的橡胶元件疲劳优化方法。另外，在最近几年的工作中，Schieppati等[15,16]基于温度对橡胶疲劳和裂纹扩展行为的影响，通过利用损耗模量的温度相关性，研究了

doi: 10.16865/j.cnki.1000-7555.2024.0137
收稿日期：2023-08-25
通讯联系人：罗传富，主要从事高分子材料的理论与模拟研究，E-mail: luocf@ciac.ac.cn

建立了疲劳主曲线的新方法。

目前，常见疲劳寿命分析软件如FE-SAFE等均由外国公司或机构开发，在当前形势下一些关键橡胶制品的开发存在被卡脖子的风险，比如航空轮胎等。此外，已有的商业软件在使用上仅仅适用于一些简单工况，对于实际的模拟仿真往往还需要繁琐的二次开发。本文设计了一种具有自主知识产权的有限元分析和疲劳仿真联合模拟的疲劳寿命预测方法，将橡胶大变形疲劳理论应用于橡胶材料疲劳寿命的预测中。该方法使用了开源有限元模拟软件和笔者自主开发的CIAC-SAFE疲劳仿真软件，根据材料单轴拉伸疲劳试验数据拟合得到的超弹性本构模型，通过静态有限元分析来等效计算滚动工况下的载荷历程，最后应用大变形疲劳理论来预测橡胶材料及产品在不同工况下的疲劳寿命和容易发生疲劳破坏的区域。与传统台架式疲劳试验相比，该方法可以为橡胶产品开发节约大量的时间和成本，对提高我国橡胶产品的疲劳耐久性和橡胶企业自身的竞争力都有着十分重要的意义。本文根据最小二乘法拟合得到橡胶材料的Mooney-Rivilin本构模型，然后使用联合模拟方法分别预测了不同单轴拉伸工况下哑铃型橡胶薄片以及稳态滚动工况下V型带式模型和XX轮胎的疲劳寿命。本文根据静态模拟数据获得稳态滚动工况载荷历程，通过和实验结果的对比分析验证了联合模拟方法以及CIAC-SAFE疲劳仿真软件的有效性。

1 橡胶超弹性本构模型拟合

笔者根据合作研究小组提供的橡胶单轴拉伸疲劳试验数据，通过最小二乘法，拟合Mooney-Rivilin本构模型，并最终得到了橡胶材料本构模型的材料参数。橡胶超弹性本构模型拟合是通过运行Python语言编写的程序完成的。该程序需要输入橡胶材料单轴拉伸疲劳试验得到的应力应变数据以及将要拟合的橡胶超弹性本构模型表达式，通过数据处理最终得到该橡胶材料Mooney-Rivilin本构模型的材料参数，这一过程主要包括试验数据筛选、橡胶超弹性本构模型表达式输入以及最小二乘法拟合材料参数。接下来将分别介绍以上内容。

考虑到Mullins效应所带来的影响，为了更加准确地通过单轴拉伸疲劳实验数据拟合橡胶材料的本构模型，这里只保留应力应变曲线中二阶导数小于0的那部分实验数据。在程序中首先对实验数据进行了平滑处理，筛选并保留了二阶导数小于0的实验点，从而得到了可以准确拟合橡胶超弹性本构模型的实验数据。由于实验数据经过筛选，试验数据曲线并不通过原点，这里还需要在程序中对该曲线进行平移操作使其通过坐标原点，平移操作后就得到了能够准确拟合橡胶材料超弹性本构模型的应力应变数据。

完成实验数据的筛选后，接下来需要在程序中输入橡胶超弹性本构模型的表达式。使用Mooney-Rivilin本构模型来拟合橡胶材料的力学行为，其表达式为[17]

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + \frac{1}{D_1}(J-1)^2 \tag{1}$$

式中：C_{10}，C_{01}和D_1——分别是Mooney-Rivilin本构模型中的材料参数；W——为应变能密度；I_1和I_2——分别为第一应变不变量和第二应变不变量；对于不可压缩材料J=1。根据式(1)和材料发生均匀应变时，应力、应变和应变能密度之间所满足的关系就可以推导出Mooney-Rivilin本构模型单轴拉伸工况下应力-应变表达式，

$$\sigma = 2(1+\varepsilon)[(1+\varepsilon)C_{10}+C_{01}][1-\frac{1}{(1+\varepsilon)^3}] \tag{2}$$

式中：ε——工程应变。本文将在程序中输入式(2)来拟合哑铃型橡胶薄片单轴拉伸实验得到的应力应变曲线，从而得到Mooney-Rivilin本构模型的材料参数。

在完成实验数据筛选和本构模型输入后，接下来在程序中将基于最小二乘法完成Mooney-Rivilin本构模型的拟合。最小二乘法拟合本构模型的过程实际上就是根据最小化误差的平方和来寻找实验数据和材料本构模型之间的最佳函数匹配。通过程序中输入的实验数据和本构模型表达式构造出目标函数，在程序中根据目标函数式(3)的最小值就可以得到Mooney-Rivilin本构模型的材料参数。

$$L(y, f(x,\omega)) = \sum_{i=1}^{n} [y_i - f(x_i,\omega)]^2 \tag{3}$$

Fig.1 中的实线为拟合得到的橡胶材料 Mooney-Rivilin 本构模型应力应变曲线,散点为筛选后可以用来精确拟合材料本构模型的实验数据。Tab.1 为拟合得到的Mooney-Rivilin本构模型材料参数。

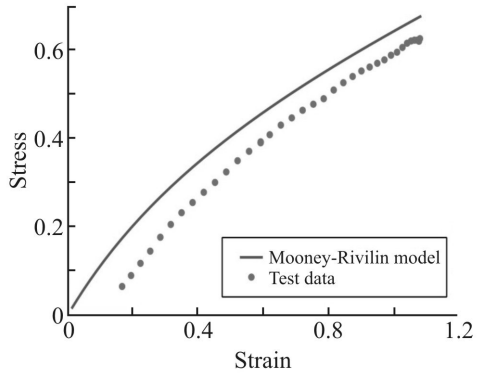


Fig. 1 Mooney-Rivilin constitutive model fitting

Tab. 1 Mooney-Rivilin constitutive model material parameters

Material parameters		
C_{10}	C_{01}	D_1
0.15944187 MPa	0.04859179 MPa	0.1

2　哑铃型橡胶薄片疲劳寿命预测

2.1　CIAC-SAFE疲劳仿真软件

CIAC-SAFE疲劳仿真软件是由笔者课题小组开发R具有自主知识产权可进行高级疲劳分析的疲劳仿真软件,基于橡胶材料疲劳裂纹扩展法和大变形疲劳理论,通过输入有限元分析得到的应力应变等信息以及实验获得的初始裂纹等疲劳参数,进行橡胶产品的疲劳仿真。通过CIAC-SAFE软件可以预测橡胶产品不同工况下的疲劳寿命和产品中容易发生疲劳破坏的区域。与现有商业软件相比,CIAC-SAFE更加适用于复合橡胶材料在特定复杂工况下的疲劳寿命分析,本小节将介绍CIAC-SAFE疲劳仿真软件的一般工作流程和理论基础。

Zine等[18]在2011年重新推导了开裂能密度公式,并发现在有限变形工况下计算开裂能密度时需要考虑变形前后面元的转换,这是之前的研究没有考虑的,在考虑这一因素后得到了开裂能密度增量表达式如式(4)

$$\mathrm{d}W_{\mathrm{C}}=\frac{\rho}{\rho_0}\frac{\vec{N}^{\mathrm{T}}S\mathrm{d}EC^{-1}\vec{N}}{N^{\mathrm{T}}C^{-1}\vec{N}} \tag{4}$$

式中:W_{C}——材料的开裂能密度;ρ_0和ρ——分别是该材料微元处变形前的密度和变形后的密度;S——材料微元处的第二P-K应力张量;E——材料微元处的Green-Lagrange应变张量;C——材料微元处的右Cauchy-Green变形张量;$\vec{N}$——材料微元处的潜在开裂面的外法向量。通过比较不同开裂方向开裂能密度增量的大小,选择了其中开裂能密度增量最大的方向来作为该材料点处疲劳裂纹的扩展方向。在确定材料点处的开裂能密度增量后,根据交变载荷加载历程积分得到开裂能密度。将开裂能密度带入式(5)和式(6),计算得到材料点处的撕裂能,

$$T=2kW_{\mathrm{c}}a \tag{5}$$

$$k=\frac{2.95-0.08\varepsilon}{(1+\varepsilon)^{1/2}} \tag{6}$$

式中:K——与应变相关的参数[9],其表达式如式(6)所示;W_{C}——开裂能密度;α——裂纹扩展长度。最后根据实验得到的材料参数和循环载荷信息确定撕裂能与疲劳裂纹扩展速率的函数,将已经计算得到的材料点处撕裂能代入,通过式(7)计算出橡胶材料在该材料点处的疲劳寿命,

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N}=f(T,R) \tag{7}$$

$$N_{\mathrm{f}}=\int_{a_0}^{a_{\mathrm{f}}}\frac{1}{f(T,R)}\,\mathrm{d}a \tag{8}$$

式中:α_0——裂纹的初始长度;α_{f}——裂纹的最终长度;N_{f}——与α_0和α_{f}之对应的疲劳寿命(应力加载的循环次数)。

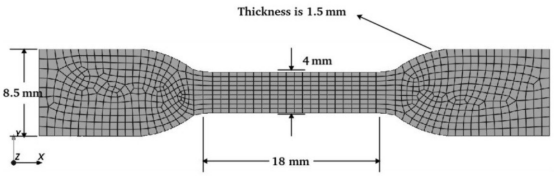


Fig. 2 Finite element model of dumbbell rubber sheet

2.2　哑铃型橡胶薄片单轴拉伸工况疲劳寿命预测

首先进行几何建模,得到三维哑铃型橡胶薄片试样模型。哑铃型橡胶薄片的尺寸由合作研究小组提供,具体可参照Fig.2。然后在开源有限元分析软件Sfepy中输入第1节中拟合得到的橡胶材料超弹性本构模型材料参数[19]。接下来在有限元分析软件中依次完成装配体建立、分析步设置、外部载荷施加以及网格的划分并选用六面体单元。通过将试件一

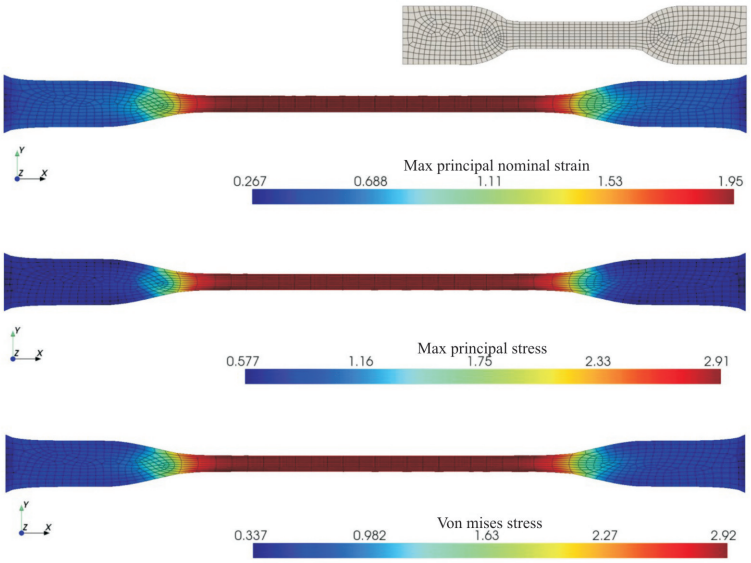


Fig. 3 Dumbbell shaped rubber sheet local strain cloud map (upper), maximum principal stress cloud map (middle), and Mises stress cloud map (lower)

端固定一端施加沿x轴方向位移载荷来模拟哑铃型橡胶薄片单轴拉伸工况下的外部载荷。该模型由13500个单元和2472个节点组成。

Fig.3展示了最大局部名义应变为1.083时，哑铃型橡胶薄片的应变和应力云图。这里显示使用了Pyvista开源软件包[20]。在图中哑铃型试件应力应变分布具有一致性，在试件中部应力应变数值较大，其中最大局部应力和最大局部应变的数值分别为1.41和1.083。根据有限元模拟得到应力应变云图，可以初步判断出试件中部是其在单轴拉伸工况下容易发生疲劳破坏的区域，接下来将有限元分析结果导入CIAC-SAFE进行疲劳仿真。

将有限元分析结果(应力应变和变形梯度的历史数据)导出，然后导入CIAC-SAFE。这里设定样品为匀速拉伸工况，每个单元的应力应变和变形梯度在不同拉伸时刻的数据均需要导出。为了兼容各种不同有限元计算软件的结果（比如sfepy, fenics, abaqus等），文中的CIAC-SAFE软件选择使用文本格式的CSV文件进行数据读取。CIAC-SAFE会按照2.1节中介绍的方法计算出单轴拉伸工况下试件各个节点的疲劳寿命，Fig.4展示了CIAC-SAFE软件得到的疲劳寿命预测结果。根据Fig.4可知，单轴拉伸工况下最大局部名义应变为1.083的哑铃型橡胶薄片疲劳寿命的最小值为167000(次)。这里最小值就是该工况下试件的疲劳寿命，当外部施加交变载荷循环次数等于最小值时，试件发生疲劳破坏失去原有的工作能力。

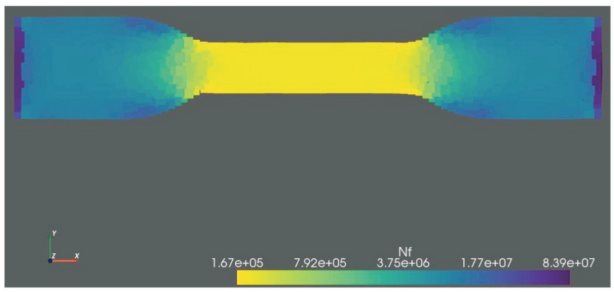


Fig. 4 Cloud map of fatigue life of dumbbell rubber sheet

Tab. 2 Comparison of fatigue life prediction results for dumbbell shaped rubber sheets

Maximum local strain	Test fatigue life	CIAC-SAFE fatigue life
1.447	61267	50134
1.083	182635	167385
0.901	271308	306181

疲劳寿命预测结果显示，试件最先发生疲劳破坏的区域为图中黄色区域，在试件中部，这与应力应变云图得到的初步判断结果是一致的。根据上述步骤，通过有限元分析和疲劳仿真联合模拟的方法，本文分别预测了最大局部应变为1.447，1.083和0.901时，单轴拉伸工况下哑铃型橡胶薄片的疲劳寿命。在Tab.2中将模拟结果和实验结果进行了对比，可以

看到,CIAC-SAFE可以很好地完成橡胶材料疲劳寿命预测。

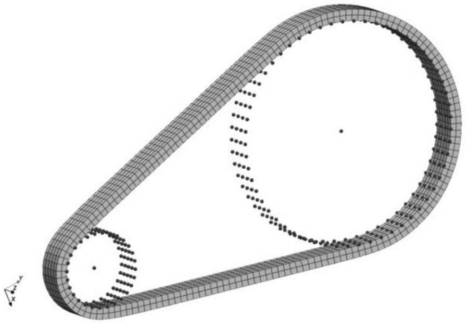


Fig. 5 Finite element simulation of V-belt model

3 V型带式模型疲劳寿命预测

V型带式模型对研究橡胶带式无极变速器(CVT)具有重要意义,同时也为橡胶轮胎稳态滚动工况疲劳寿命预测打下了基础。该模型由2个刚性圆环和环形橡胶带组成,其中小的刚性圆环用来模拟主动轮,大的刚性圆环用来模拟从动轮,橡胶圆环用来模拟橡胶传动带主体。接下来将通过有限元分析和疲劳仿真联合模拟方法预测V型带式模型稳态滚动工况下的疲劳寿命,并根据V型带式模型疲劳分析结果对橡胶带式CVT结构设计提出优化建议。

首先,对V型带式疲劳模型进行几何建模,并且定义了2个刚性圆环和环形橡胶带的零件类型。其中小环半径为45 mm、大环半径为135 mm,环形橡胶带的内径为192 mm、外径为207 mm,2个刚性圆环和环形橡胶带的宽度均为38 mm。在完成V型带式疲劳模型各零件的三维几何建模后,输入第1节得到的橡胶超弹性本构模型材料参数,来完成对环形橡胶带材料属性的定义。接下来对2个刚性圆环和环形橡胶带进行组合建立新的装配体,设置分析步和外部载荷,并对V型带式模型的各个零件进行网格划分。其中,环形橡胶带由3024个节点和15120个单元组成。本文将V型带式疲劳模型中2个刚性圆环的质心设为参考点,并建立约束将2个刚性圆环与其质心进行绑定,对参考点施加位移载荷。如Fig.5所示,在有限元分析过程中大圆环固定不动,小圆环沿y轴负方向移动150 mm。

Fig.6展示了Pyvista绘制的V型带式模型施加静态位移载荷后得到的应变应力云图。在图中,环形橡胶带的应力应变分布具有一致性,最大应力应变分布区域主要集中在小圆环外侧区域。根据有限元分析得到应力应变云图,可以初步判断,在V型带式疲劳模型稳态滚动工况下,橡胶带外侧区域比内侧区域更容易发生疲劳破坏。接下来将有限元分析结果代入CIAC-SAFE来完成V型带式模型稳态滚动工况下的疲劳寿命预测。

为了计算出V型带式模型稳态滚动工况下的疲劳寿命,首先得到V型带式模型施加静态位移载荷的有限元分析结果,然后以.csv文件的方式导出最后一个分析步中V型带式模型的应力应变及变形梯度等数据。将这些数据代入CIAC-SAFE中做进一步处理,Fig.7展示了有限元分析结果导入CIAC-SAFE后得到的应力云图,其中颜色越深的区域应力越大。

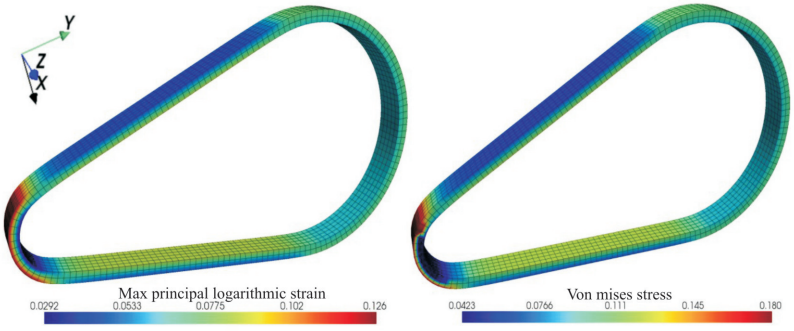


Fig. 6 Local strain cloud map (left) and local stress cloud map (right) of V-belt model

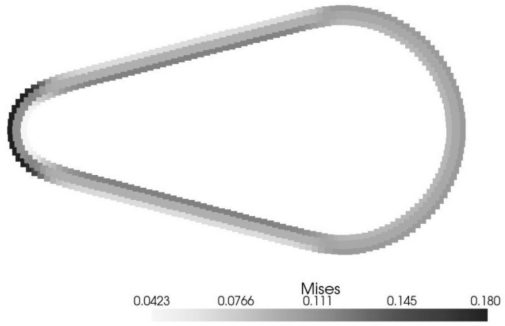


Fig. 7 CIAC-SAFE import finite element simulation mises stress data

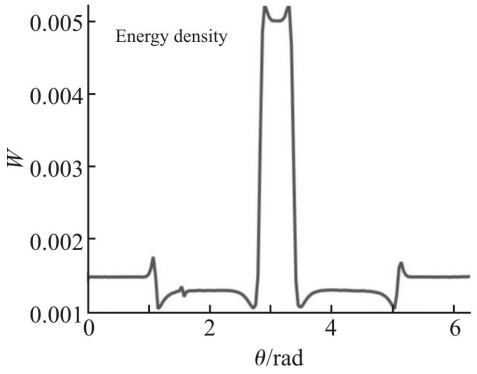


Fig. 8 V-belt model with different pole angles θ lower strain energy density W

在得到施加静态位移载荷的有限元分析结果后，CIAC-SAFE根据xy平面上以y轴正方向为极轴方向的极坐标，得到各个节点和各个单元对应的极角，将极角与V型带式模型稳态滚动周期对应，就可以得到稳态滚动工况下各个节点和各个单元的等效载荷历程。最后根据载荷历程计算得到其稳态滚动工况下的疲劳寿命。Fig.8展示了V型带式模型应变能密度随极角的变化，由此得到稳态滚动工况下各个节点和各个单元的应变能密度变化历程，通过CIAC-SAFE计算得到V型带式模型稳态滚动工况下的疲劳寿命为$1\times10^{8.98}$转次。

Fig.9展示了V型带式模型开裂能密度随极角的变化，由此得到稳态滚动工况下各个节点和各个单元的开裂能密度变化历程，通过CIAC-SAFE计算得到V型带式模型稳态滚动工况下的疲劳寿命$1\times10^{8.95}$转次。对比应变能密度和开裂能密度2种不同方式计算得到的V型带式模型稳态滚动工况疲劳寿命，可以发现，其数值大小并没有太大差距，这是因为V型带式模型所处工况并不复杂。根据Fig.8和Fig.9不难发现，稳态滚动工况下，V型带式疲劳模型在小的刚性圆环附近应变能密度和开裂能密度会急剧增加，根据这一结果，在设计橡胶带式CVT应当适当调整主动轮结构来获得更好的疲劳性能。

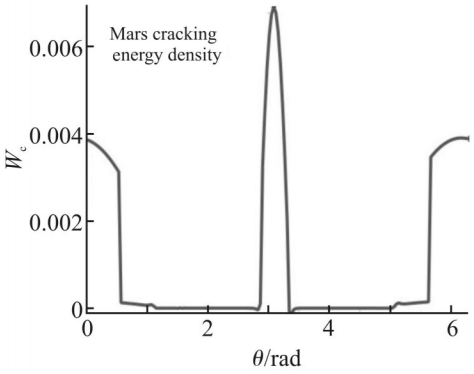


Fig. 9 V-belt model with different pole angles θ lower cracking energy density W_c

4 橡胶轮胎稳态滚动工况疲劳寿命预测

上述处理V型带式模型载荷历史的方法可以用来拓展到对轮胎疲劳寿命的预测上。根据XX含帘线双钢丝圈橡胶轮胎静态接地工况有限元模拟得到的结果，读取最后一个分析步中各个节点和各个单元的应力应变及变形梯度等信息，代入CIAC-SAFE中进行疲劳仿真。CIAC-SAFE首先会得到Fig.10中所展示的非均匀切片网格，接下来寻找旋转轴，然后计算出不同切片对应的圆周角，根据圆周角的不同将切片与橡胶轮胎稳态滚动过程中的循环工况对应，这样就得到了稳态滚动工况下橡胶轮胎中各个节点和单元的载荷历程，根据载荷历程就可以计算橡胶轮胎不同区域节点和单元的开裂能密度和疲劳寿命。

CIAC-SAFE将根据式(4)计算节点处不同方向的开裂能密度增量，然后选开裂能密度最大的方向作为裂纹扩展方向，根据轮胎滚动一周的载荷历程，就可以得到橡胶轮胎在单个滚动周期内的撕裂能以及疲劳裂纹扩展方向，最后根据式(8)计算出各个节点和各个单元的疲劳寿命。Fig.11分别展示了有限元分析得到的橡胶轮胎二维模型充气状态Mises应力云图(Fig.11(a))和CIAC-SAFE计算得到的稳态滚动工况下某橡胶轮胎二维切片的疲劳寿命云图(Fig.11(b))，区域颜色越接近红色，该区域材料的疲劳寿命就越小，区域颜色越接近蓝色，该区域材料的

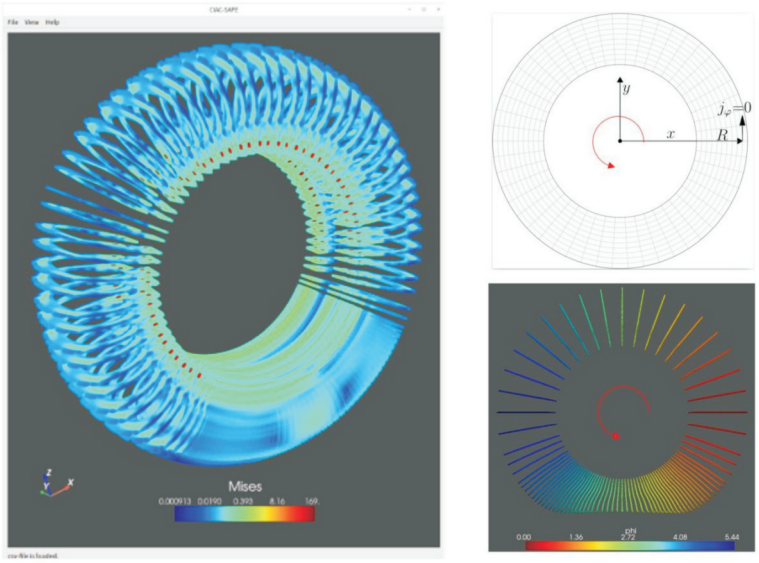


Fig. 10 CIAC-SAFE imports Mises stress data for finite element simulation of static grounding conditions of rubber tires

疲劳寿命就越大,根据疲劳寿命云图可知,红色区域集中于橡胶轮胎的胎冠下方,该区域就是橡胶轮胎在稳态滚动工况下容易发生疲劳破坏的区域,与试验观察结果一致。图中橡胶轮胎疲劳寿命最小值为$1\times10^{8.6}$转/次。CIAC-SAFE可以很好地预测稳态滚动工况下橡胶轮胎中容易发生疲劳破坏的部位。在设计橡胶轮胎时,需要适当调整容易发生疲劳破坏区域的结构,并使用疲劳性能更好的橡胶材料。

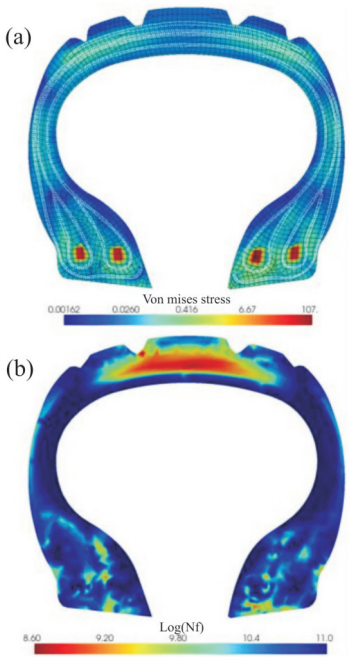


Fig. 11 (a) Mises stress cloud map of the two-dimensional model of rubber tires in inflation state and (b) logarithmic fatigue life cloud map of steady-state rolling condition

需要说明的是,实际的橡胶轮胎结构非常复杂,不同部位使用不同的配方胶,同时帘布层也有斜交和子午的区别。不同部位不同配方的橡胶的材料疲劳参数具有很大的不同,但是橡胶材料的疲劳参数测试非常耗时耗力,这里对材料疲劳参数做了统一的处理,并且对橡胶轮胎帘线层也用了简化处理,因此仅仅能给出危险区域的大致区域。如果需要对疲劳寿命更准确的预测,需要不同部位胶更详细的材料疲劳参数,并需要对帘布层进行更精细的子模型建模,这也是笔者目前正在推进的研究工作。

5　结论

(1)本文设计了一套具有自主知识产权的橡胶材料及产品的疲劳寿命预测方法。该方法使用开源有限元分析软件和CIAC-SAFE疲劳仿真软件将橡胶大变形疲劳理论应用到橡胶材料及其产品的疲劳寿命预测中。只需要材料的单轴拉伸疲劳实验数据,就可以通过本构模型拟合以及有限元分析和疲劳仿真联合模拟完成各种不同工况下橡胶材料及其产品的疲劳寿命预测。

(2)本文通过有限元分析和疲劳仿真联合模拟方法预测了哑铃型橡胶薄片单轴拉伸工况下的疲劳寿命,通过与实验结果对比验证了CIAC-SAFE疲劳仿真软件和联合模拟方法预测橡胶材料疲劳寿命的准确性。

（3）通过静态模拟数据获得稳态滚动工况载荷历程，根据有限元分析和疲劳仿真联合模拟方法预测了V型带式模型以及橡胶轮胎稳态滚动工况下的疲劳寿命。通过分析疲劳仿真结果对橡胶带式CVT和橡胶轮胎的结构设计提出了建议。本文所设计的基于橡胶大变形疲劳理论的疲劳寿命预测方法可以很好地完成橡胶产品在各种复杂工况下的疲劳寿命预测，并可用于产品设计前期，为产品开发节约时间和成本。

参考文献：

[1] 王昊, 危银涛, 王静. 橡胶材料疲劳寿命影响因素及研究方法综述[J]. 橡胶工业, 2020, 67(10): 723-735.
Wang H, Wei Y T, Wang J. Influencing factors and research methods of rubber material fatigue life[J]. China Rubber Industry, 2020, 67(10): 723-735.

[2] 余本祎, 林浩晋, 许体文, 等. 炭黑颗粒分布模型的建立及其优化的天然橡胶复合材料性能[J]. 高分子材料科学与工程,2023,39(1):97-105.
Yu B Y, Lin H J, Xu T W, *et al.* Establishment of carbon black particle distribution model and its optimized properties of natural rubber composites[J]. Polymer Materials Science & Engineering, 2023, 39(1): 97-105.

[3] Schieppati J, Schrittesser B, Wondracek A, *et al*. Effect of mechanical loading history on fatigue crack growth of non-crystallizing rubber[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2021, 257: 108010.

[4] Tee Y L, Loo M S, Andriyana A. Recent advances on fatigue of rubber after the literature survey by Mars and Fatemi in 2002 and 2004[J]. International Journal of Fatigue, 2018, 110: 115-129.

[5] Stoček R, Stěnička M, Zádrapa P. Future trends in predicting the complex fracture behaviour of rubber materials[J]. Continuum Mechanics and Thermodynamics, 2021, 33: 291-305.

[6] Inglis C E. Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners[J]. Trans Inst Naval Archit, 1913, 55: 219-241.

[7] Rivin R S, Thomas A G. Rupture of rubber. I. characteristic energy for tearing[J]. Journal of Polymer Science, 1953, 10: 291-318.

[8] Lake G J, Lindley P B. The mechanical fatigue limit for rubber[J]. Journal of Applied Polymer Science, 1965, 9: 1233-1251.

[9] Mars W V, Fatemi A. A literature survey on fatigue analysis approaches for rubber[J]. International Journal of Fatigue, 2002, 24:949-961.

[10] Asare S, Busfield J J C. Fatigue life prediction of bonded rubber components at elevated temperature[J]. Plastics, Rubber and Composites, 2011, 40: 194-200.

[11] Busfield J, Jha V, Liang H, *et al*. Prediction of fatigue crack growth using finite element analysis techniques applied to three-dimensional elastomeric components[J]. Plastics Rubber and Composites, 2013, 34: 349-356.

[12] Wenbin S G, Xiaoli W. Crack propagation test and modeling method of rubber material of vibration isolator under variable amplitude load[J]. Journal of Mechanical Engineering and Sciences, 2015, 8: 50-58.

[13] 丁智平, 陈吉平, 宋传江, 等. 橡胶弹性减振元件疲劳裂纹扩展寿命分析[J]. 机械工程学报，2010, 46(22):58-64.
Ding Z P, Chen J P, Song C J, *et al*. Analysis of fatigue crack growth life for rubber vibration damper[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(22): 58-64.

[14] 李相欣，卜继玲，龙腾蛟，等. 多轴载荷下橡胶球铰的疲劳优化方法的研究[J]. 机械强度，2017, 39(6): 57-62.
Li X X, Bu J L, Long T J, *et al*. Research of rubber fatigue optimization under multiaxial loading [J]. Journal of Mechanical Strength, 2017, 39(6): 57-62.

[15] Schieppati J, Schrittesser B, Wondracek A, *et al.* Impact of temperature on the fatigue and crack growth behavior of rubbers [J]. Procedia Structural Integrity, 2018, 13: 642-647.

[16] Schieppati J, Schrittesser B, Wondracek A, *et al.* Temperature impact on the mechanical and fatigue behavior of a non-crystallizing rubber[J]. International Journal of Fatigue, 2021, 144: 106050.

[17] Kazeminezhad E, Kazemi M T, Mirhosseini S M. Assessment of the vertical stiffness of elastomeric bearing due to displacement and rotation[J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2020, 119: 103306.

[18] Zine A, Benseddiq N, Abdelaziz M N. Rubber fatigue life under multiaxial loading: numerical and experimental investigations[J]. International Journal of Fatigue, 2011, 33: 1360-1368.

[19] Cimrman R, Lukes V, Rohan E. Multiscale finite element calculations in Python using SfePy[J]. Advances in Computational Mathematics, 2019, 45: 1897-1921.

[20] Sullivan C, Kaszynski A. PyVista: 3D plotting and mesh analysis through a streamlined interface for the Visualization Toolkit (VTK)[J]. Journal of Open Source Software, 2019, 4: 1450.

A Method for Predicting the Fatigue Life of Rubber Materials and Products Based on Large Deformation Fatigue Theory

Chao Liu[1,2], Chuanfu Luo[1,2]

(*1. State Key Laboratory of Polymer Physics and Chemistry, Changchun Institute of Applied Chemistry, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022, China; 2. School of Applied Chemistry and Engineering, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China*)

ABSTRACT: A fatigue life prediction method for rubber materials and products was proposed based on the theory of large deformation fatigue of rubber. This method mainly included two steps: fitting the rubber hyperelastic constitutive model and joint simulation of finite element analysis and fatigue simulation. The Mooney-Rivilin constitutive model material parameters were obtained by fitting the experimental data of uniaxial tensile fatigue of rubber materials through least squares method. The CIAC-SAFE fatigue simulation software with independent intellectual property rights have been developed, and the fatigue life of dumbbell shaped rubber sheets under uniaxial tensile conditions was predicted through a combination of material parameters and open-source finite element simulation software. The accuracy of the joint simulation method was verified by comparing with experimental results. By using static simulation data to equivalently calculate the load history under steady-state rolling conditions, the large deformation fatigue theory method was applied to predict the fatigue life of the V-belt model and rubber tire model under steady-state rolling conditions. Based on the predicted results, optimization suggestions were proposed for the structural design of the rubber belt continuously variable transmission (CVT) and rubber tire. This indicates that this method can be applied in the early stage of rubber product design, to save time and cost for product development, and to provide theoretical reference for a deeper understanding of rubber material fatigue and failure.

Keywords: finite element simulation; fatigue simulation; large deformation fatigue theory; constitutive model